
Mathematik für Studierende der Wirtschaftswissenschaften

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 Gegeben seien die Mengen $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{3\}$ und $D = \{1, 2, 3\}$.
Geben Sie explizit die folgenden Mengen an:

- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $A \setminus B$
- $A \times B$
- $A \times D$
- $\mathcal{P}(D)$
- $|\mathcal{P}(D)|$
- $\mathcal{P}(A)$
- $|\mathcal{P}(A)|$
- $A \cup (B \times C)$
- $(A \cup B) \times (A \cup C)$
- $A \times (B \cup C)$
- $(A \times B) \cup (A \times C)$
- Zeigen Sie, dass $|C \cup D| = |C| + |D|$ i.a. nicht gilt, und erläutern Sie die Ausnahme von dieser Regel.
- Gegeben $\mathbb{G} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, bestimmen Sie $C^c \cap D^c$ und $(C \cup D)^c$.

Aufgabe 2

- Zeigen Sie anhand einer entsprechenden Wahrheitstabelle, dass $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$ eine Tautologie ist.
- Veranschaulichen Sie die mengentheoretische Bedeutung von $A \Rightarrow B$ anhand eines Venn-Diagramms.

Aufgabe 3 Vereinfachen Sie die folgenden Brüche so weit wie möglich:

- $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
- $\frac{7}{9} + \frac{7}{12}$
- $\frac{3}{8} + \frac{5}{6}$

$$\text{d) } \frac{11}{18} + \frac{7}{12}$$

$$\text{e) } \frac{43}{8} - \frac{17}{6} + \frac{3}{8} - \frac{17}{15}$$

$$\text{f) } \left(\frac{20}{3} - \frac{2}{3} \right) : \left(\frac{8}{9} + \frac{3}{2} \right)$$

$$\text{g) } \frac{\frac{7}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{31}{6} + \frac{11}{4}}$$

$$\text{h) } \frac{\frac{42}{5} - \frac{2}{3}}{\frac{11}{4} + \frac{11}{2}}$$

$$\text{i) } \frac{1 + 2}{3 + \frac{4}{5 + \frac{6}{7+8}}}$$

$$\text{j) } \frac{9x^2 - 16y^2}{15x + 20y}$$

$$\text{k) } \frac{x + ax - 5a - 5}{a + 1}$$

$$\text{l) } \frac{x + x^2}{2a + 2} \cdot \frac{4a + 4}{x^2 - 1}$$

Aufgabe 4 Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke, falls möglich:

$$\text{a) } a(a(a(a + b)))$$

$$\text{b) } \frac{1}{(1/a) + (1/b)}$$

$$\text{c) } \frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

$$\text{d) } a^b \cdot a^c$$

$$\text{e) } a^b \cdot c^b$$

$$\text{f) } \frac{a^b}{a^c}$$

$$\text{g) } (a^b)^c$$

h) Zeigen Sie, dass $a^{(m^n)} \neq (a^m)^n$.

$$\text{i) } \frac{1}{a^{-2}}$$

$$\text{j) } \left(\frac{5a^{-1}}{2^2 b^{-3}} \right)^{-4}$$

$$\text{k) } \sqrt{a + b}$$

$$\text{l) } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}$$

$$\text{m) } \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{x^3}}}$$

- n) $\frac{\sqrt[10]{\sqrt[9]{x^7}}}{\sqrt[3]{\sqrt{x-1}}}$
 o) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$
 p) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

Aufgabe 5 Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke, falls möglich:

- a) $\ln(a + b)$
 b) $\ln(a \cdot b)$
 c) $\ln\left(\frac{a}{b}\right)$
 d) $\ln\left(\frac{1}{a}\right)$
 e) $e^{\ln(a) \cdot b}$
 f) $\ln\left(\prod_{i=1}^n a_i^{b_i}\right)$
 g) $\ln(\sqrt[3]{e})$
 h) $e^{x \cdot \ln(2)}$
 i) $\log_a(a^4)$
 j) $\log_a(\sqrt[3]{a^2})$
 k) $e^{3\ln(a)}$
 l) $2^{b \cdot \ln(x)}$
 m) $\log(u) + \log(u^3)$
 n) $\log(u + v) + \log(u - v)$
 o) $\log\left[\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^2\right]$
 p) $3\ln(x) - \ln(x^2) + \ln\left(\frac{1}{x}\right)$
 q) $\log(x^2 \cdot \sqrt{a^2 + b^3})$
 r) $\ln\left[\left(\sqrt[3]{\frac{a}{x^2}}\right)^{2/5}\right]$
 s) $\log\left(\frac{(a+b)^4 c^3}{\sqrt{d} \cdot e^5}\right)$
 t) $4\log(u) - \frac{1}{6}\log(w) + \frac{1}{3}\log(v) - \frac{3}{4}\log(x)$

Aufgabe 6 Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf:

- a) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 b) $x^2 = 9$
 c) $x^2 + 3x = 4$
 d) $x^4 + 3x^2 = 4$

e) $x^n + 3x^{n-1} = 4x^{n-2}$

f) $\frac{x+2}{x+3} = y$

g) $\sqrt{x-9} = 1$

h) $5 \cdot \sqrt{3x-5} = 20$

i) $2^x = 64$

j) $243^x = 3$

k) $2^{x+1} = 8$

l) $a^{x+5} = a^{12}$

m) $3^x \cdot 2^x = 36^{x-1}$