
Mathematik für Studierende der Wirtschaftswissenschaften

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 Gegeben seien die Mengen $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{3\}$ und $D = \{1, 2, 3\}$.
Geben Sie explizit die folgenden Mengen an:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap B$
- c) $A \setminus B$
- d) $A \times B$
- e) $A \times D$
- f) $\mathcal{P}(D)$
- g) $|\mathcal{P}(D)|$
- h) $\mathcal{P}(A)$
- i) $|\mathcal{P}(A)|$
- j) $A \cup (B \times C)$
- k) $(A \cup B) \times (A \cup C)$
- l) $A \times (B \cup C)$
- m) $(A \times B) \cup (A \times C)$
- n) Zeigen Sie, dass $|C \cup D| = |C| + |D|$ i.a. nicht gilt, und erläutern Sie die Ausnahme von dieser Regel.
- o) Gegeben $\mathbb{G} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, bestimmen Sie $C^c \cap D^c$ und $(C \cup D)^c$.

Aufgabe 2 Vereinfachen Sie die folgenden Brüche so weit wie möglich:

- a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
- b) $\frac{7}{9} + \frac{7}{12}$
- c) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6}$
- d) $\frac{11}{18} + \frac{7}{12}$
- e) $\frac{43}{8} - \frac{17}{6} + \frac{3}{8} - \frac{17}{15}$
- f) $\left(\frac{20}{3} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{8}{9} + \frac{3}{2}\right)$

$$g) \frac{1+2}{3 + \frac{4}{5 + \frac{6}{7+8}}}$$

$$h) \frac{9x^2 - 16y^2}{15x + 20y}$$

$$i) \frac{x + ax - 5a - 5}{a + 1}$$

$$j) \frac{x + x^2}{2a + 2} \cdot \frac{4a + 4}{x^2 - 1}$$

Aufgabe 3 Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke, falls möglich:

$$a) a(a(a(a+b)))$$

$$b) \frac{1}{(1/a) + (1/b)}$$

$$c) \frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

$$d) a^b \cdot a^c$$

$$e) a^b \cdot c^b$$

$$f) \frac{a^b}{a^c}$$

$$g) (a^b)^c$$

$$h) \text{Zeigen Sie, dass } a^{(m^n)} \neq (a^m)^n.$$

$$i) \frac{1}{a^{-2}}$$

$$j) \left(\frac{5a^{-1}}{2^2 b^{-3}} \right)^{-4}$$

$$k) \sqrt{a+b}$$

$$l) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}$$

$$m) \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{x^3}}}$$

$$n) \frac{\sqrt[10]{\sqrt[9]{x^7}}}{\sqrt[3]{\sqrt{x^{-1}}}}$$

$$o) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$$

$$p) \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Aufgabe 4 Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke, falls möglich:

$$a) \ln(a+b)$$

$$b) \ln(a \cdot b)$$

$$c) \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$d) \ln\left(\frac{1}{a}\right)$$

- e) $e^{\ln(a) \cdot b}$
 f) $\ln \left(\prod_{i=1}^n a_i^{b_i} \right)$
 g) $\ln(\sqrt[3]{e})$
 h) $e^{x \cdot \ln(2)}$
 i) $\log_a(a^4)$
 j) $\log_a(\sqrt[3]{a^2})$
 k) $e^{3\ln(a)}$
 l) $2^{b \cdot \ln(x)}$
 m) $\log(u) + \log(u^3)$
 n) $\log(u+v) + \log(u-v)$
 o) $\log \left[\left(\frac{a^2}{b^2} \right)^2 \right]$
 p) $3\ln(x) - \ln(x^2) + \ln \left(\frac{1}{x} \right)$
 q) $\log(x^2 \cdot \sqrt{a^2 + b^3})$
 r) $\ln \left[\left(\sqrt[3]{\frac{a}{x^2}} \right)^{2/5} \right]$
 s) $\log \left(\frac{(a+b)^4 c^3}{\sqrt{d} \cdot e^5} \right)$

Aufgabe 5 Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf:

- a) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 b) $x^2 = 9$
 c) $x^2 + 3x = 4$
 d) $x^4 + 3x^2 = 4$
 e) $x^n + 3x^{n-1} = 4x^{n-2}$
 f) $\frac{x+2}{x+3} = y$
 g) $\sqrt{x-9} = 1$
 h) $5 \cdot \sqrt{3x-5} = 20$
 i) $2^x = 64$
 j) $243^x = 3$
 k) $2^{x+1} = 8$
 l) $a^{x+5} = a^{12}$
 m) $3^x \cdot 2^x = 36^{x-1}$